IUFM des Pays de la Loire
et
Institut de Formation Pédagogique
de l'Enseignement Privé

année
2003-2004

MEMOIRE PROFESSIONNEL DES

PROFESSEURS DES LYCEES ET DES COLLEGES

MATHEMATIQUES

Comment aider les élèves à s'approprier un énoncé mathématique ?

François CHEVALIER

coordonnateur du jury de soutenance
Madame Mireille GENIN

INTRODUCTION

Je suis professeur stagiaire au collège Frédéric Ozanam de Saint-Pierre-Montlimart, où j'assure les 4 heures hebdomadaires de mathématiques d'une classe de troisième. L'effectif relativement restreint (21 élèves) m'a facilité la prise en main du groupe tout en favorisant nos échanges.

Ma classe présente une hétérogénéité particulière : deux élèves sont en grande difficulté en mathématiques, et une dizaine disposent d'une certaine aisance, tant sur le plan scientifique que dans la maîtrise de la langue. Malgré la diversité de leurs aptitudes, mes élèves montrent régulièrement un esprit global d'entraide et de soutien : la participation n'est donc pas cantonnée aux seuls bons élèves, loin de là.

J'avais l'idée d'axer mon mémoire professionnel autour des liens entre la langue française et l'activité mathématique : comment l'une peut éventuellement influer sur l'autre, et les conséquences que l'on pourrait peut-être en tirer en termes de pratiques pédagogiques. Cette idée encore imprécise s'est peu à peu structurée à partir d'une situation vécue en classe et qui a été le point de départ de ma réflexion. Le sujet de ce mémoire porte ainsi sur la lecture des énoncés mathématiques, la problématique exacte sera détaillée dans les pages suivantes.

I – IDENTIFICATION DU PROBLEME

I.1 – *PRESENTATION DU PROBLEME POSE*

I.1.1 – Situation dans la progression annuelle

J'ai organisé les premières séances de l'année de manière à faire des révisions sur les points essentiels de quatrième. En géométrie, j'ai axé les exercices sur l'utilisation du théorème de Pythagore et du cosinus, tout en entretenant leurs savoirs concernant les polygones usuels (triangles, parallélogrammes…). Pour la partie numérique, l'objectif principal était de revoir les techniques de calcul avec les fractions.

Lors de la première évaluation de l'année, un exercice a été très mal réussi par l'ensemble de mes élèves. Le problème portait sur les fractions et était présenté en termes de proportions : c'est à ce moment que j'ai commencé à prendre conscience de leurs difficultés particulières liées à la lecture et à l'interprétation d'un énoncé.

I.1.2 – Enoncé du problème, réponses des élèves

Voici l'énoncé exact de l'exercice proposé aux élèves :

> Un propriétaire a vendu $\frac{1}{4}$ de sa propriété en 2001 et les $\frac{2}{5}$ du reste en 2002.
>
> a) Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années ?
>
> b) En quelle année le propriétaire a-t-il vendu la partie la plus grande ?
>
> c) Sachant que la partie invendue au bout des deux années représente 18 hectares, quelle était la superficie initiale de la propriété ?

J'ai été fortement interpellé par leurs réponses à la question a) : aucun de mes élèves n'est parvenu à écrire la fraction correspondant à la part invendue au terme des deux années. Nous avions pourtant traité plusieurs exercices analogues en classe, sans grosses difficultés, et je pensais donc que cet exercice n'allait pas leur poser de problèmes insurmontables. Beaucoup ont en fait donné la réponse $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)$ en justifiant clairement leur démarche. J'ai en particulier retrouvé dans de nombreuses copies cette phrase d'explication : *« le propriétaire a vendu les $\frac{2}{5}$ de sa propriété en 2002* », ce qui ne traduit évidemment pas la situation exacte de l'énoncé.

I.2 – *EVOLUTION DE MON QUESTIONNEMENT*

I.2.1 – Proposition d’un énoncé analogue

Ma réaction face à cette situation a été d’organiser la correction de cet exercice en échangeant avec eux sur la manière avec laquelle ils avaient compris la question. J’ai été étonné par leurs réactions, puisqu’ils ne voyaient pas où ils commettaient une erreur : ils affirmaient avoir réellement compris la situation et ce qui leur était demandé. **S’agissait-il d’un problème de compréhension mathématique ? de compréhension du texte ? des deux ?** En fait, ce que j’avais lu sur leurs copies s’est confirmé lors de cet échange : beaucoup d’entre eux avaient traité la question comme si la situation de départ était la suivante :

> Un propriétaire a vendu $\frac{1}{4}$ de sa propriété en 2001 et les $\frac{2}{5}$ en 2002.

Je leur ai donc proposé un exemple présentant les mêmes enjeux mais dont j’estimais qu’il pouvait leur paraître plus concret :

> Carine mange les $\frac{2}{9}$ d’une tablette de chocolat le matin, et les $\frac{3}{7}$ du reste le soir. Quelle fraction de la tablette reste-t-il ?

Cet exercice présentait un double avantage par rapport au précédent : d’une part il leur était plus parlant, et d’autre part la situation est plus facilement représentable. Je cherchais ainsi à dévoiler les obstacles sur lesquels mes élèves pouvaient buter sans que je ne le perçoive. Je les ai en particulier guidés vers un schéma pour mieux visualiser le problème : on peut considérer une tablette de 9 carreaux, ce qui permet de représenter nettement les 2 carreaux mangés le matin, puis les 3 carreaux (sur les 7 restants) mangés le soir.

I.2.2 – Réactions des élèves

C’est précisément pendant que nous faisions le schéma que j’ai compris une des principales entraves à leur compréhension. Alors que nous avions hachuré les 2 carreaux mangés par Carine le matin, un élève a fait cette intervention : « *mais de toute façon, c’est forcément les* $\frac{3}{7}$ *du reste qu’elle mange le soir, puisqu’elle a déjà mangé 2 carreaux ?* ». Je n’ai pas compris d’emblée la portée de ce qu’il voulait dire, et c’est plutôt la réaction des autres élèves qui m’a fait prendre conscience de leur difficulté. Beaucoup d’entre eux ont en

effet réagi dans le même sens que leur camarade, dont une qui a précisé : « *oui, c'est ça que je comprends pas…une fois que c'est mangé, à quoi ça sert de dire que c'est "du reste" ?* ».

I.2.3 – Mon analyse du problème

A travers cet exemple, je me suis rendu compte que mes élèves comprenaient bien la situation proposée mais qu'ils avaient du mal à s'adapter à l'énoncé, en particulier à « gérer » l'expression « *du reste* ». Ils semblaient se demander quel intérêt il y avait de préciser que Carine mange une fraction de ce qui reste, puisque *c'est évident* ? C'est en fait le décalage entre l'énoncé mathématique (avec ses règles et conventions) et l'énoncé de la situation correspondante dans la vie courante qui me semble en cause. Pour eux, qu'on précise que Carine mange les $\frac{3}{7}$ ou qu'elle mange les $\frac{3}{7}$ *du reste*, la situation est identique ! Ceci m'a été confirmé lorsque je leur ai posé directement la question : « *et si on enlevait l'expression "du reste", est-ce que ça change quelque chose ?* ». La grande majorité d'entre eux ont répondu non, sans hésitation. Cet obstacle paraissait être à l'origine des erreurs obtenues, et pouvait justifier des calculs erronés décrits plus haut. **Comment alors habituer les élèves à saisir le sens mathématique d'une expression écrite en français ? Comment sensibiliser les élèves sur les nuances qui peuvent exister entre le langage courant et le langage mathématique ?**

Des situations analogues sont intervenues en classe dans les semaines qui ont suivi, au cours desquelles la difficulté principale était un manque de compréhension, mais aussi de mise en œuvre d'un énoncé (*cf.* ANNEXE 1). Mon questionnement m'a donc paru légitime : finalement, tout ce qui est mis en jeu lors de la lecture d'un énoncé mathématique est susceptible de provoquer des erreurs de compréhension et d'interprétation. L'élève doit pourtant être capable de comprendre un énoncé dans son ensemble : il doit pouvoir être en mesure de « faire sien » un problème mathématique, d'en clarifier la situation et les objectifs. Ma problématique se situe donc en ces termes : **Comment aider les élèves à s'approprier un énoncé mathématique ?**

I.3 – *DE QUOI PARLE-T-ON ?*

I.3.1 – Les énoncés mathématiques : le point de vue des élèves

La question étant posée, il reste à bien définir ce sur quoi va porter la réflexion. On pourrait prendre le mot « énoncé » au sens large, c'est-à-dire qu'il soit oral ou écrit. Mon idée première porte cependant sur les énoncés écrits, et les problèmes spécifiques de lecture et de compréhension qu'ils peuvent représenter pour les élèves : « *la lecture est bien la rencontre entre une stratégie d'un lecteur et la visée originelle d'un scripteur, et l'inadéquation peut être une source de difficultés* »[1]. On peut avant tout tenter de saisir ce qu'en pensent les élèves : les énoncés mathématiques sont-ils importants à leurs yeux ? quelles représentations en ont-ils ?

Je leur ai demandé de répondre par écrit à la question suivante : « *d'après toi, que faut-il pour bien réussir un devoir de mathématiques ?* ». Dans la diversité de leurs réponses, trois idées principales se détachent nettement : *apprendre le cours*, *être concentré(e)* et enfin *bien lire l'énoncé*. Je me suis donc aperçu que **mes élèves sont sensibles à l'importance de la compréhension des énoncés**. Pour aller plus loin, je leur ai posé cette question (toujours par écrit) : « *pour toi, bien lire un énoncé, qu'est-ce que cela signifie ?* ». Ils ont répondu majoritairement que c'est *le comprendre*, mais aussi *savoir ce qu'il faut chercher* et enfin *le lire plusieurs fois*. Ces réponses pertinentes mais qui restent un peu évasives semblent peut-être indiquer qu'**ils n'ont pas nécessairement tous conscience de l'attitude à avoir devant un énoncé mathématique** (ou au moins que cette attitude n'est pas clarifiée à leurs yeux).

I.3.2 – Les énoncés mathématiques : le point de vue de l'enseignant

En tant qu'enseignant, qu'entend-on par énoncé mathématique ? Est-ce simplement une consigne ? Il semble que l'on désigne comme consigne « *toute injonction donnée à des élèves à l'école pour effectuer telle ou telle tâche* […]. *La consigne s'appuie souvent sur un énoncé explicite, mais les données nécessaires pour l'effectuer sont parfois implicites, d'où la nécessité d'un décodage* […] »[2], ce décodage étant précisément l'objet de ma réflexion. L'énoncé mathématique est donc un texte injonctif qui « *comprend souvent deux parties :*

– les données, la partie informative ("sachant que ; soit") ;

– la consigne proprement dite »[3].

[1] ZAKHARTCHOUK (J.-M.), *Comprendre les énoncés et les consignes*, Cahiers pédagogiques, 1999, p.21
[2] *Idem*, p.18
[3] *Idem*, p.23

I.3.3 – Ce qu'en disent les programmes

L'appropriation d'énoncés mathématiques par les élèves ne fait pas textuellement partie des programmes de la classe de troisième, qui tendent cependant « *à souligner la continuité et la cohérence des apprentissages, débutés en sixième* »[4]. C'est en effet un travail qui sous-tend l'activité mathématique pendant tout le collège : les accompagnements des programmes de sixième précisent, dans la partie mathématiques, que « *la maîtrise de la langue peut, en particulier, être travaillée dans le cadre de la lecture et de l'écriture d'énoncés* »[5]. On peut finalement faire référence à une déclaration du Conseil national des programmes qui éclaire particulièrement le travail mené dans ce mémoire : « *La convergence du français et des mathématiques devient déterminante lorsqu'il s'agit de comprendre un énoncé ou de poser en termes mathématiques un problème de la vie courante, en explicitant toutes les données* »[6].

II – EXPERIMENTATIONS

II.1 – *RENDRE L' ELEVE « ACTEUR » D'UN ENONCE*

II.1.1 – Motivation et objectifs

Pour remédier à ces problèmes de compréhension d'énoncés, un des premiers objectifs auxquels j'ai pensé a été de trouver un moyen d'**impliquer davantage les élèves dans une lecture plus « active » et plus réfléchie des exercices**. Une démarche de construction d'énoncés allait donc en ce sens, elle permet en effet d'inverser occasionnellement les rôles : « *les questions sont plus claires pour celui qui les pose en connaissant la réponse qu'il attend, que chez celui qui les lit en se demandant ce qu'il faut y répondre…* »[7]. L'élève qui s'implique dans l'élaboration d'un exercice peut gagner en assurance et s'approprier plus facilement, par la suite, les énoncés mathématiques qu'il rencontrera.

J'ai la chance d'être dans un établissement où ce genre d'implications des élèves dans les exercices est pratiqué assez régulièrement par les enseignants de mathématiques. Les élèves sont donc habitués à ces activités, ce qui m'a facilité la tâche pour la mise en route de l'expérience.

---

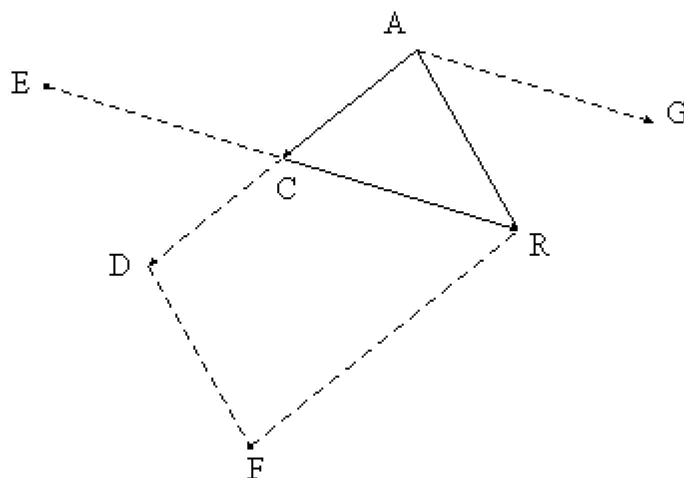
[4] *Bulletin Officiel* H.S. n°10, 15 octobre 1998, p.106
[5] *Accompagnements des programmes de sixième,* CNDP, 1996, p.38
[6] *CNP*, décembre 1995
[7] ASTOLFI (J.-P.), *L'erreur, un outil pour enseigner*, Pratiques et enjeux pédagogiques, 1997, p.59

II.1.2 – Une première activité : questions pour une figure

Ce travail intervient lors d'une séquence de géométrie portant sur les vecteurs. Nous avions déjà fait plusieurs exercices sur le sujet, qui avaient permis de travailler les liens entre vecteurs, parallélogrammes et milieux. Je leur ai alors présenté la consigne suivante (par écrit), en leur demandant de se mettre par groupe de 3 ou 4 :

> Construire un triangle ACR.
>
> Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC}$.
>
> Construire le point E, symétrique de R par rapport à C.
>
> Construire le point F tel que ARFD soit un parallélogramme.
>
> Construire le point G, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CR}$.
>
> **Quelles questions peut-on poser ?**

Je leur ai laissé un quart d'heure de recherche, pendant lequel je circulais parmi les groupes pour répondre aux éventuelles questions. J'ai globalement senti un **intérêt accru par rapport aux exercices « traditionnels ».** Un premier temps de cinq à six minutes a permis à chaque élève de construire la figure correspondante, puis de la confronter à celles obtenues au sein de son groupe. Voici la figure en question :



Le deuxième temps était axé sur les questions à se poser sur cette figure. Mes élèves ont fait preuve d'une assez grande autonomie pendant cette phase de recherche. J'ai en particulier assisté à une situation intéressante : un élève a proposé de montrer que le triangle ACR est isocèle ; ses camarades ont pris en compte sa question, regardé leurs propres dessins et ont rapidement exclu sa question en lui désignant son dessin : « *mais tu as dessiné un cas particulier !* ». L'intérêt du groupe est ici clairement visible : sans que je sois intervenu, cet élève s'est sensibilisé un peu plus sur les dangers d'interprétation d'un dessin géométrique.

Chaque groupe a finalement trouvé de 3 à 5 questions, et je n'ai pas noté de différences notables d'un groupe à l'autre. Voici les questions qui ont été écrites le plus souvent :

– *Montrer que C est le milieu de [AD] (et que C est le milieu de [ER]).*

– *Montrer que ARDE est un parallélogramme.*

– *Montrer que* $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{DF}$ *(et que* $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{RF}$ *).*

– *Montrer que AGRC est un parallélogramme.*

Quelques groupes seulement ont proposé les deux questions suivantes :

– *Montrer que D est le milieu de [EF].*

– *Montrer que AGCE est un parallélogramme.*

Lors de la mise en commun, j'ai fait un tour de classe en reportant au tableau et en complétant au fur et à mesure la liste des questions obtenues. Je les ai alors « provoqués » en leur disant qu'évidemment on allait répondre à toutes ces questions. Leurs réactions ont été immédiates : « *il y en a beaucoup trop !* », mais aussi : « *de toute façon il y en a qui sont évidentes…* ». J'ai rebondi sur cette dernière intervention en répercutant la remarque vers la classe entière : **ils étaient tous d'accord pour affirmer que certaines questions étaient plus faciles que d'autres, et qu'on allait forcément devoir résoudre les questions « faciles » pour résoudre les questions plus difficiles**. Je leur ai alors demandé quelles questions on allait choisir. Un échange assez rapide a permis de restreindre le nombre de questions à trois :

– *Montrer que ARDE est un parallélogramme.*

– *Montrer que D est le milieu de [EF].*

– *Montrer que AGCE est un parallélogramme.*

Le reste de la séance leur a permis de chercher l'exercice qu'ils venaient ainsi de construire.

II.1.3 – Analyse, limites de la démarche

J'ai d'abord envie de souligner un point qui me semble intéressant vis-à-vis de ce type d'activité : **le fait de demander *quelles questions on peut poser* a au moins suscité l'intérêt des élèves** : les plus forts qui, d'ordinaire, exécutent les exercices sans déborder d'enthousiasme, se sont montrés davantage captivés et ont activement participé (peut-être est-ce la dimension « *défi* » de la question ?) ; les plus faibles ont aussi trouvé des questions (même si certains ne maîtrisaient peut-être pas la démarche pour y répondre), et ils ont ainsi contribué à l'activité au même niveau que l'ensemble de la classe.

Outre cet aspect non négligeable de l'exercice, l'intérêt principal est bien la démarche d'implication qui a été nécessaire aux élèves pour participer. **L'activité soulève au moins la question de ce qu'est *construire un exercice***, et que les élèves ne se posent sans doute pas. L'étude nécessaire de la figure et surtout le débat autour des questions obtenues ont permis, je pense, de les sensibiliser sur le fait qu'un énoncé mathématique n'est pas anodin : il joue un rôle primordial dans tout exercice, il est important d'en tenir compte, de bien le comprendre et donc pour cela d'en avoir une lecture réfléchie, active.

Je considère cette activité comme **une première étape dans l'aide que je peux leur apporter pour améliorer leur appropriation d'énoncés mathématiques**. Elle les a en effet rendu « acteurs » d'un exercice qu'ils auront eux-mêmes à résoudre : il s'agit ainsi « *de permettre à un élève de comprendre un énoncé parce qu'il a d'abord eu l'occasion d'en effectuer la tâche inverse* »[8].

J'ai cependant relevé une limite importante à cette démarche : la situation proposée est relativement simple, et les questions que l'on peut poser restent assez « fermées » (égalités de vecteurs, parallélogrammes, milieux). C'est compréhensible du point de vue de sa place dans la progression, mais il est important de souligner qu'ici les élèves ne s'entraînent pas réellement à l'éventail des difficultés qu'ils peuvent rencontrer dans les énoncés mathématiques. L'activité a donc une portée modeste, même si elle a le mérite de constituer une première approche du problème.

On pourra enfin remarquer qu'**il s'agit seulement de la construction d'une consigne**, et non d'un énoncé complet à proprement parler. J'aurais en effet pu leur demander une implication totale dès la construction de la figure et ainsi leur laisser libre choix pour l'énoncé complet. L'intérêt aurait été :

– d'une part, d'accentuer leur réflexion et d'éveiller davantage chez eux le souci de lecture active d'un énoncé ;

– d'autre part, d'ouvrir le champ des questions possibles et ainsi de développer l'autonomie des élèves.

Je tenterai sans doute l'expérience à l'avenir, mais j'ai ici fait le choix de ne pas partir sur de telles bases : il m'a semblé « risqué » de m'embarquer « sans filet » dans cette démarche (au

[8] MASSOT (A.), POULAIN (B.), *Dire, lire et écrire les mathématiques au collège*, Repères IREM, n°37, octobre 1999, p.30

risque de sortir du domaine étudié, ou de dépasser leur savoir-faire), et j'ai donc préféré garder un cadre « directeur » me permettant d'axer le travail sur la consigne.

II.1.4 – Une deuxième activité : construction d'un énoncé

Ce second travail s'inscrit dans le prolongement du précédent. Comme je l'ai précisé, les consignes que mes élèves ont obtenues dans la première activité étaient simples, *sans ambiguïté*. La partie informative (la construction de la figure) l'était aussi. Or c'est loin d'être le cas pour la majorité des énoncés mathématiques : s'ils ont pu ainsi prendre conscience de l'attitude réfléchie à manifester devant une consigne, ils doivent développer le même regard vis-à-vis de l'ensemble de l'énoncé, et ce quelle que soit sa difficulté.

Une approche serait de considérer que lire un énoncé, c'est le comprendre littéralement. Or, « *un élève peut comprendre tous les mots d'une consigne et ne pas savoir ce qu'on lui demande* »[9] : la lecture d'un énoncé relativement élaboré, voire complexe, met en jeu autre chose qu'une simple lecture littérale et rend nécessaire un recul personnel, une intériorisation de la situation. L'objectif est alors double :

– impliquer désormais mes élèves dans une **démarche de construction complète d'énoncé** (c'est-à-dire de la partie informative et de la consigne) ;

– les mettre en situation de construire un texte *compréhensible* dans son ensemble, de manière à **les sensibiliser sur le recul à avoir devant la lecture d'un énoncé**.

Pour cela, le point de départ proposé aux élèves doit être assez restreint pour leur permettre de s'investir dans la construction d'un énoncé complet (notamment de la partie informative), mais il doit aussi être suffisamment riche pour amener les élèves à élaborer des énoncés qui ne soient pas trop simples. En ce sens, il me semble qu'une équation est par exemple un bon support pour cette deuxième activité. Enfin, pour que ce travail de construction aide du mieux possible les élèves à s'approprier les énoncés, et parce qu'il me semble que dans ce domaine il faut plus que jamais respecter le rythme de chacun, une recherche individuelle sans contrainte immédiate de temps me paraît être à privilégier. Voici le travail que je leur ai donc demandé de faire à la maison :

> Fabriquer deux énoncés de problèmes (un dans le domaine géométrique et un dans le domaine numérique) dont la solution est trouvée par la résolution de l'équation : $5x = 2x + 6$.

[9] Direction des lycées et collèges, *La maîtrise de la langue au collège*, CNDP, 1997, p.102

En demandant de produire deux textes dans chacun des domaines, mon but est de les sensibiliser sur la diversité des énoncés qui peuvent exister, et notamment leur faire prendre conscience qu'on peut produire plusieurs exercices différents qui mènent à une même réponse, une même démarche de résolution. Ce travail intervient alors que nous avions traité plusieurs exercices de mise en équation, la plupart dans le domaine numérique et quelques-uns seulement à partir d'une situation géométrique, qui semblaient leur poser plus de problèmes. Je m'attends en particulier à ce qu'ils soient davantage en difficulté pour écrire un énoncé géométrique.

Je leur ai laissé un peu plus d'une semaine pour me rendre ce travail, en leur précisant que l'objectif était qu'ils réfléchissent sur le sujet en s'efforçant d'écrire des énoncés compréhensibles. Ils m'ont finalement tous rendu au moins un énoncé. Je leur ai demandé ce qu'ils avaient pensé de ce travail ; ils en avaient globalement une impression mitigée, quelques élèves précisant que « *c'est beaucoup plus dur de trouver un énoncé dans le domaine géométrique* », ce qui a confirmé mon *a priori* sur ce point précis.

II.1.5 – Analyse des copies, conclusions

A la première lecture de leurs copies, j'ai remarqué un point qu'il me semble important de signaler : **beaucoup d'élèves** (à peu près la moitié) ont non seulement écrit les énoncés mais **ont aussi commencé ou mené entièrement la résolution du problème**. Ce n'était évidemment pas demandé, mais je perçois ces démarches comme un point positif : en effet, ceux qui ont fait ça ont au moins fait preuve d'un souci de vérification que leur texte est bien compréhensible, et donc d'**un recul par rapport à leur énoncé**. Ceci faisait clairement partie des objectifs de l'activité, et c'est donc un début de réponse à mes attentes.

Voici les trois principaux axes d'analyse que j'ai dégagés de leurs productions :

- J'ai d'abord relevé des difficultés au niveau des consignes : quelques élèves ont écrit une partie informative précise, compréhensible, mais leur consigne n'amène pas à l'équation souhaitée.

Par exemple :

> Morganne a 5 fois plus d'argent que Baptiste. Julie a 2 fois plus d'argent que lui et moi j'ai 6€. Sachant qu'avec mon argent et celui de Julie, on a la même somme que Morganne…
> •… calculer l'argent qu'a Morganne.

Ici l'énoncé est clairement exprimé et amène effectivement à l'équation $5x = 2x + 6$ si l'on demande de calculer la somme que possède Baptiste, et non Morganne comme le précise l'élève. J'ai retrouvé un cas similaire dans une autre copie (*cf.* ANNEXE 2, énoncé A). J'ai été étonné de trouver aussi un énoncé sans consigne, ne contenant qu'une partie informative pourtant là encore très compréhensible :

> Pierre a acheté 5 paquets de gâteaux. Paul en a acheté 2. Si on donnait 6 gâteaux à Paul il en aurait autant que Pierre.

Un dernier exemple est constitué de données claires mais suivies d'une consigne « évidente », c'est-à-dire à laquelle une lecture sommaire de l'énoncé permet de répondre sans mettre en œuvre une démarche de résolution (*cf.* ANNEXE 2, énoncé B). Ces exemples soulignent la **fragilité du lien entre les données et la question posée** : l'élève peut être capable de proposer une situation très clairement exprimée (ce qui dénote déjà une démarche personnelle d'appropriation, permettant une restitution compréhensible), sans pour autant respecter la partie consigne (qui est erronée, absente ou sans intérêt). En ce sens le premier objectif que je m'étais fixé, à savoir une implication dans une construction *complète* d'énoncé, n'est pas pleinement atteint, et il reste certainement un travail à effectuer autour de la consigne.

- Le problème le plus fréquent est en fait la difficulté des élèves à exposer une partie informative efficace. En premier lieu, voici cet énoncé écrit par une élève :

> Trouver l'âge de Marion sachant que l'âge de Paul est égal à 5 fois le double de l'âge de Marion plus 6 ans.

Compte-tenu de la structure de la phrase et malgré quelques imprécisions, il semble que cette élève ait fait un réel effort pour exprimer la situation qu'elle avait en tête. Cependant, non

seulement les données qu'elle écrit ne mènent pas à l'équation souhaitée, mais en plus la consigne peut être considérée comme absurde (l'âge de Paul est nécessaire pour conclure). Cet énoncé a en fait une structure très proche de celle des exercices que nous avions fait en classe. Aussi est-il probable que cette élève ait procédé par « imitation » ou « analogie » avec ceux déjà vus, ce qui me paraît normal. Mais elle n'a sans doute pas pris le recul nécessaire qui lui aurait permis d'écrire un énoncé correct : elle ne s'est pas « approprié » la situation qu'elle souhaitait exposer.

Plusieurs autres énoncés correspondent à cette analyse ; en particulier certains qui semblent « parachuter » les chiffres présents dans l'équation (5, 2 et 6) sans logique apparente, et surtout sans lien avec l'équation (*cf.* ANNEXE 2, énoncés C et D). Là encore j'ai retrouvé des parties de structures d'énoncés vus en classe (et notamment l'expression « *du reste* » qui refait surface dans l'énoncé D), alors que la situation est mal exposée : on sent nettement, à la lecture de ces énoncés, que ces élèves ne maîtrisent pas ce qu'ils expriment (comme si la situation leur semblait étrangère, tant elle est floue, voire absurde).

Ce travail d'appropriation, d'intériorisation, reste donc une étape difficile pour un certain nombre d'élèves : même si la maturité et l'évolution personnelle de chacun y ont sans doute une influence, je me dois de les accompagner dans cette démarche qui nécessite un entraînement. L'aide que je peux leur apporter en ce sens se traduit donc par un renouvellement de ce type d'activité au cours de l'année.

- Enfin, j'ai noté quelques problèmes spécifiques aux énoncés géométriques rendus. A peu près un tiers des élèves n'en a pas écrit. Parmi ceux que les autres ont donnés, j'en ai relevé beaucoup qui, même s'ils semblent présenter une situation géométrique, entraînent une résolution ne mettant en jeu aucune connaissance en géométrie. Par exemple :

> L'Aire de ABCD vaut 5 fois l'aire de EFGH. C'est autant que l'aire de IJKL plus 6cm². Sachant que l'aire de IJKL vaut 2 fois l'aire de EFGH ;
> Calculer l'aire de EFGH.

Dans ce cas précis, l'élève fait preuve de clarté dans l'exposition de la partie informative, mais ne précise à aucun moment la nature des trois quadrilatères évoqués. En fait, ce manque de précisions n'a pas de conséquence sur la résolution de l'exercice, puisque la mise en équation se fait sans passer par la géométrie (les liens exprimés entre les aires suffisent). La même

remarque peut être faite concernant d'autres énoncés, avec des données plus ou moins claires (*cf.* ANNEXE 3, énoncés E et F). Finalement, ces élèves semblent avoir retranscris la structure des énoncés qu'ils ont pu trouver dans le domaine numérique (en gardant des *relations* similaires entre les objets : « *vaut 5 fois* », « *c'est autant que* », « *si on multiplie... et qu'on ajoute* »...), mais en utilisant des *objets* ou des *grandeurs* géométriques (rectangle, carré, trapèze, aire). Ceci entraîne que leurs énoncés « tiennent la route » et donnent effectivement l'impression de faire partie du domaine géométrique.

J'ai trouvé un énoncé allant dans le sens d'une résolution réellement géométrique (*cf.* ANNEXE 4, énoncé G), malheureusement la partie informative se trouve noyée sous un trop grand nombre de données qui finissent par être incompatibles. Je n'ai finalement rencontré qu'un seul énoncé géométrique tenant réellement la route (*cf.* ANNEXE 4, énoncé H), malgré quelques imprécisions. Cette analyse explique sans doute les difficultés qu'ont eu mes élèves pour écrire des énoncés dans le domaine géométrique : ils ont davantage de « références » dans le domaine numérique et ont **du mal à s'extraire des modèles déjà rencontrés**.

Cette deuxième activité a répondu partiellement à mes attentes : elle a mis en évidence le travail qu'il reste à faire concernant la consigne, les difficultés spécifiques liées à la construction d'exercices géométriques, ainsi que la difficile étape d'appropriation pourtant nécessaire à une formulation claire d'un énoncé. Mais ce travail d'implication, même s'il met en relief leurs difficultés, est aussi (et surtout) une première réponse pour y remédier : il les entraîne à **prendre le recul nécessaire qu'ils doivent avoir lors de la lecture d'un énoncé** (notamment par la manifestation d’une attitude de vérification, qui est à encourager). Je veillerai donc à renouveler ces exercices qui permettent à l'élève d'accentuer et d'affiner sa démarche d'appropriation face à un énoncé mathématique, précisément parce qu'il s'en rend acteur et non plus seulement « récepteur ».

II.2 – *DEVELOPPER LE REGARD CRITIQUE FACE A L’ENONCE*

II.2.1 – Motivation et objectifs

Au début de la dernière partie (II.1.5), j'ai précisé qu'une fois leur énoncé écrit, plusieurs élèves avaient entamé une vérification. Cette attitude manifeste un certain regard critique face à leur production : ils se posent la question de savoir si celle-ci est compréhensible. Toutefois, il est important de noter les limites d'une telle démarche : il me semble difficile de considérer d'un œil critique un énoncé d'exercice que l'on vient d'écrire, et

la tâche doit être encore plus délicate pour un élève. Ce recul nécessaire à la compréhension d'un énoncé paraît logiquement moins aisé face à un texte écrit par soi-même.

Mais cette attitude me semble essentielle dans l'approche d'un texte, quel qu'il soit, et en particulier d'un énoncé mathématique. C'est pourquoi **sensibiliser les élèves à une lecture critique doit permettre de les aider dans leur compréhension des énoncés**. J'ai axé l'activité qui suit dans cette direction, tout en prenant en compte la remarque précédente, à savoir la difficulté de l'autocritique. Dans ses conseils pour apprendre aux élèves à mieux lire les énoncés, Jean-Michel Zakhartchouk avance précisément l'idée de « *proposer des consignes fautives ou absurdes ; faire réagir les élèves* »[10], et ceci contribue à « *compléter la compréhension des consignes par une invitation à un recul critique* »[11]. Je m'appuierai donc sur ces principes pour proposer aux élèves des énoncés qui ne sont pas forcément les leurs, dans l'objectif de provoquer leurs réactions.

II.2.2 – Description de l'expérience

Cette activité est ancrée sur le précédent travail de construction d'énoncés, et elle est l'occasion d'en faire **un retour en classe entière**. L'autocritique étant difficile et risquant d'être vaine, le principe est alors de leur proposer une série de dix énoncés censés conduire à l'équation $5x = 2x + 6$: huit d'entre eux sont reportés textuellement à partir de copies de la classe, tandis que j'ai personnellement écrit les deux autres (*cf.* ANNEXE 5). Mes propres exercices sont les énoncés 1 et 7 : leur solution est obtenue par la résolution de l'équation $5x = 2x + 6$, et c'est aussi le cas des énoncés 4, 9 et 10. Pour davantage de clarté dans la suite, je qualifierai ces énoncés de « corrects », les cinq autres (énoncés 2, 3, 5, 6 et 8) seront désignés comme « erronés » (vis-à-vis de la consigne demandée à l'origine). Chaque élève dispose donc de ces dix énoncés, accompagnés de la consigne de l'activité :

> **1)** En trouver un dont la solution est obtenue par la résolution de l'équation $5x = 2x + 6$.
>
> **2)** En trouver un autre qui ne correspond pas à l'équation $5x = 2x + 6$, et proposer une modification de l'énoncé pour que la solution soit bien obtenue par cette équation.

J'ai là encore privilégié un travail à la maison sur une semaine, afin de leur laisser la possibilité de s'investir dans l'activité. Ma première idée était en fait d'étendre cette consigne

[10] *Comprendre les énoncés et les consignes*, p.177
[11] *Comprendre les énoncés et les consignes*, p.64

à l'ensemble des dix énoncés, c'est-à-dire de porter leur réflexion sur chacun d'entre eux : préciser s'il est correct, et dans le cas contraire apporter une modification de manière à le rendre correct. Mais en préparant l'activité, j'ai pris conscience de la masse de travail que je leur aurais infligé en faisant cela : je pense que celle-ci risquait de les « assommer » et surtout d'escamoter leur réflexion critique qui est pourtant l'objectif essentiel. En concentrant leur travail sur un choix de deux énoncés, il me semble que l'objectif gagne en qualité ce qu'il perd en quantité par rapport à une étude systématique. On peut enfin noter que **la deuxième question permet un prolongement de l'action précédente**, au sens où les élèves s'entraînent à nouveau à la construction d'énoncés.

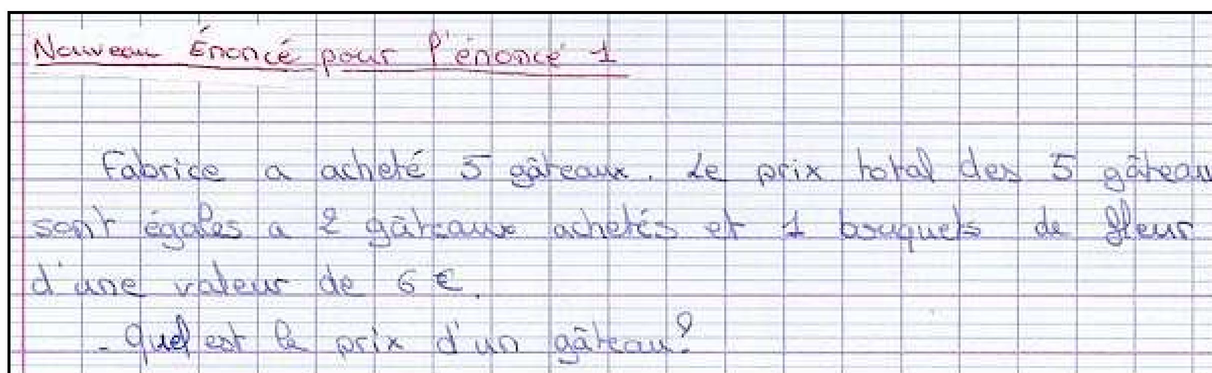
A la réception de la feuille d'énoncés, mes élèves connaissaient ainsi toutes les règles du « jeu ». Il leur manquait cependant une information, mais dont l'ignorance est capitale pour l'objectif de l'activité. La saisie informatique des textes permet en effet de respecter un parfait anonymat : les élèves ne peuvent pas savoir *a priori* quel élève a écrit tel énoncé, et surtout quels énoncés proviennent du professeur (même si certains se reconnaîtront et que d'autres pourront peut-être tenter de retrouver qui a écrit quoi…) Le but est clair : d'une part, **rendre possible la critique d'un exercice énoncé par le professeur** (ce qui me semble difficile à faire en classe par les élèves, l'enseignant étant pour eux celui qui entre autres confirme, ne fait jamais d'erreurs) ; d'autre part, **exacerber cet esprit critique** par le fait de savoir que la plupart des énoncés proviennent de leur propre classe, et deviennent donc sans doute davantage *accessibles* à leurs yeux.

II.2.3 – Analyse, conclusions

A la lecture de leurs copies, j'ai d'abord remarqué une répartition assez homogène des énoncés cités. Je craignais en effet que la plupart se bornent à ne regarder que les 3 ou 4 premiers exercices. L'énoncé 1 a cependant été beaucoup plus considéré que les autres : les deux tiers de la classe (14 élèves sur 21) ont émis un « jugement » sur ce premier texte.

Ce sont précisément leurs remarques sur cet énoncé qui m'ont fait réagir en premier lieu : 6 de ces 14 élèves (soit quasiment la moitié d'entre eux, et presque un tiers de l'effectif de la classe) l'ont considéré comme erroné ! Or je rappelle que c'est justement un des deux énoncés qui sont de ma provenance, et j'avais veillé à ce qu'ils soient corrects… L'auraient-ils contesté dans une si grande proportion si la situation avait été différente, par exemple en classe et en sachant que l'énoncé provient du professeur ? Je n'en suis pas certain, et déjà en ce sens, **l'organisation « matérielle » de l'activité a permis de favoriser leur esprit**

critique. En regardant de plus près, je me suis aperçu que beaucoup de ces élèves ont en fait proposé un autre énoncé qui est tout aussi correct ! Par exemple :


Nouveau Énoncé pour l'énoncé 1

Fabrice a acheté 5 gâteaux. Le prix total des 5 gâteau sont égales a 2 gâteaux achetés et 1 bouquets de fleur d'une valeur de 6 €.

- Quel est le prix d'un gâteau?

Si l'élève a ici conservé la consigne, elle a reformulé la partie informative, certes avec quelques légères maladresses d'écriture, mais d'une manière suffisamment claire pour que l'on puisse comprendre la situation qu'elle expose. Or cette situation est à peu de choses près la même que celle exprimée dans l'énoncé d'origine ! L'élève a seulement ajouté la représentation des 6 € par l'achat d'un bouquet de fleurs. J'ai d'abord interprété cette modification en la mettant sur le compte de **la dimension « affective »** du bouquet qui **a peut-être aidé l'élève dans son appropriation de la situation** : mon énoncé est sans doute trop « aride », il n'expose pas une partie informative assez « captivante »... Cette explication me semble tenir la route, d'autant plus que trois autres énoncés modifiés ajoutent des informations (comme des *bonbons*, ou des *paquets* de gâteaux) qui apportent quelque chose au récit mais non à la situation mathématique sous-jacente (*cf.* ANNEXE 6, énoncés I et J), au risque même de ne plus donner assez de précisions (*cf.* ANNEXE 6, énoncé K). Une autre hypothèse m'est aussi venue en tête : comme l'énoncé présenté plus haut, un deuxième expose lui aussi une situation ne faisant plus intervenir le conditionnel (*s'il avait... il lui resterait...*) (*cf.* ANNEXE 6, énoncé I). Cette interprétation m'a semblé d'autant plus plausible que nous avions déjà traité ensemble un exercice de mise en équation qui utilisait le conditionnel, et j'avais remarqué qu'ils avaient eu réellement beaucoup de difficultés à interpréter la situation par une expression mathématique. Cette analyse ne doit cependant pas occulter le fait qu'ils ont aussi été un certain nombre à bien valider cet énoncé 1 comme correct.

Ces exemples montrent une **difficulté d'appropriation de la partie informative**. D'autres copies ont plutôt révélé des problèmes au niveau de la compréhension de la consigne ; par exemple, la moitié des six élèves qui se sont intéressés à l'énoncé 2 l'ont considéré comme correct, alors qu'il est erroné. En fait, certains d'entre eux ont « vérifié » que l'énoncé était (à tort) correct en posant l'équation ayant pour inconnue le prix d'un livre, et non

de cinq comme le demande réellement l'exercice (*cf.* ANNEXE 6, énoncés L et M). Ils semblent s'être réappropriés la consigne (sans doute de manière inconsciente ou involontaire) en la réinterprétant de manière à ce que l'énoncé conduise à l'équation souhaitée. J'ai aussi été étonné de constater que l'énoncé 5 (dont la particularité est une absence de consigne, malgré une partie informative claire) ne les a pas fait beaucoup réagir, contrairement à ce que j'avais imaginé : seuls quatre élèves s'y sont en effet intéressés. Deux d'entre eux ont précisé qu'il était erroné, en ajoutant la consigne manquante : « *Combien de gâteaux contient un paquet ?* ». Mais les deux autres l'ont considéré comme correct, en effectuant là encore la résolution comme si la consigne précédente était effectivement demandée. Ces exemples m'ont laissé perplexe : **certains élèves semblent ne pas porter une attention appuyée à la consigne** ; que celle-ci ne corresponde pas à l'équation requise ou même qu'elle soit absente, ils semblent la réinterpréter ou l'inventer personnellement, de manière à pouvoir alors effectivement résoudre l'exercice. La consigne serait-elle pour eux moins importante que la partie informative ?

Je dois enfin noter que **certains élèves se sont bien investis dans cette démarche critique et ont réellement su justifier leur avis face à un énoncé erroné**, à l'image de cet exemple concernant l'énoncé 6 :

Cet énoncé est faux car si il dépense en tout 5€ plus le prix d'un ballon de foot alors les balles de ping-pong ne valent pas 1€, sinon il devrait dépenser 6€ + le prix d'1 ballon. Et l'on obtient : $2x+6=5+x$ et non $2x+6=5x$.

Malgré quelques imprécisions dans cette remarque, cette élève a compris d'où provient l'erreur dans l'énoncé, et elle a su l'expliquer de manière satisfaisante, détaillée. Elle n'a toutefois pas proposé de modification : on voit dans ce cas que le fait de **repérer et comprendre une erreur dans un énoncé ne suffit sans doute pas systématiquement pour être capable d'en proposer une version correcte**. Quelques élèves sont finalement parvenus à écrire des modifications pertinentes, notamment à propos de l'énoncé 2, pour lequel l'erreur dans la consigne a été bien désignée, et la nouvelle consigne correctement exprimée.

Comment cette activité a-t-elle participé à l'aide que je peux apporter à mes élèves pour l'appropriation d'énoncés mathématiques ? Ce travail répond déjà à mes attentes dans le sens où elle a permis de réellement favoriser leur esprit critique. **La mise en œuvre de cette**

démarche critique a permis à certains élèves de se réapproprier un énoncé erroné (voire correct, mais qui ne leur « parlait » pas) afin qu'ils puissent l'exprimer clairement. L'activité n'a cependant pas eu l'ampleur escomptée : même si beaucoup d'élèves s'y sont investis, ils restent un certain nombre à ne pas sembler avoir avancé vis-à-vis de l'objectif. Ceci conforte l'idée que l'appropriation d'un énoncé mathématique est une faculté qui dépend sans doute du développement personnel de l'élève, et qui s'acquiert très progressivement. L'activité gagnera donc à être renouvelée, en suivant par exemple le même principe mais en classe entière : ceci permettrait d'instaurer un débat et ainsi d'approfondir ce travail d'appropriation.

II.3 – *DONNER DU SENS : UNE ACTIVITE INTERDISCIPLINAIRE*

II.3.1 – Motivation et objectifs : une activité-relais

Les expérimentations précédentes ont permis de mettre mes élèves en « action » dans une démarche d'appropriation d'énoncés mathématiques, par le biais de la construction et de la critique. Comment faire en sorte qu'ils s'appuient sur ces premiers éléments d'aide pour **s'entraîner à donner du sens, à saisir l'objectif d'un problème** (car c'est bien la signification de l'*appropriation* d'un énoncé) ? En particulier, pourquoi certains élèves ne parviennent pas ou peu à donner du sens à un exercice mathématique ? La discipline semble être une langue « codée », parfois indéchiffrable aux yeux des élèves : « *Peu d'élèves s'attachent à rechercher la pierre de Rosette qui livrerait l'énigme du langage codé. L'idée même qu'il y aurait quelque chose à comprendre paraît parfois incongrue. Le choc, la sidération face au texte mathématique semblent empêcher la pensée de se déployer* »[12]. Ces considérations paraissent en effet éclairer le comportement de certains de mes élèves qui, face à un énoncé mathématique un tant soit peu complexe, se retrouvent parfois complètement « bloqués » et manifestent une véritable indifférence : n'y a-t-il alors pour eux *rien à comprendre* ?

Un moyen de « démonter » ces blocages est alors, je pense, de sortir du cadre habituel des mathématiques : **élargir le contexte doit pouvoir contribuer à aider les élèves à s'approprier un problème**. J'ai ainsi pensé à leur présenter une situation mathématique sous une forme qui soit moins liée à la discipline, le travail devant bien sûr toujours porter sur la lecture de l'énoncé. Une activité interdisciplinaire entre le français et les mathématiques peut donc constituer une démarche intéressante, et n'est d'ailleurs pas sans rappeler la remarque qui est faite en ce sens par le Conseil national des programmes (*cf. page* 6). J'ai articulé cette

[12] SIETY (A.), *Mathématiques, ma chère terreur*, Calmann-Lévy, 2001, p.34-35

activité autour d'**un « relais » entre une séance de français et une séance de mathématiques** : l'objectif est de proposer aux élèves un cadre d'approche inhabituel (*via* un travail de français) qui puisse ensuite leur permettre de s'approprier la situation exposée (sous forme d'un travail mathématique).

J'ai donc proposé à une collègue enseignante de français de participer à cette activité interdisciplinaire. Elle a accepté avec intérêt, d'autant plus qu'elle a aussi cette classe en charge pendant cette année scolaire. J'ai pris comme support de travail un passage du roman « *Le théorème du perroquet* » de Denis Guedj[13] : celui racontant la mesure de la hauteur de la pyramide de Khéops par Thalès (*cf.* ANNEXE 7). Il présente en effet une dimension « pratique » des mathématiques, ce qui permet je pense de motiver les élèves naturellement enclins aux activités manuelles ou techniques. Il s'agit aussi d'un véritable récit, et non d'un texte documentaire : les élèves davantage littéraires pourront y trouver le goût qu'ils n'éprouvent peut-être pas toujours en mathématiques. Enfin, et surtout, il contient **un authentique énoncé mathématique, celui d'un cas particulier du théorème de Thalès, mais exprimé avec la langue française** : « *le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne* ». Mes intentions sont ainsi :

– de « fédérer » mes élèves autour de cet énoncé qui exprime le sens profond du théorème qu'ils connaissent déjà et qu'ils vont « revisiter » ;

– de mettre en lumière à leurs yeux une démarche possible face à un problème mathématique (en parallèle avec la réflexion menée par Thalès dans le récit) ;

– de mettre cette situation à profit pour créer une démarche de ré-appropriation (ou d'appropriation) du théorème pris comme énoncé mathématique ; cette activité est donc le moyen d'y « mettre du sens » (ou d'en mettre davantage).

II.3.2 – Temps n°1 : une séance de français

Nous avons préparé ensemble les grandes lignes de l'activité avec ma collègue. Pour exploiter au maximum le travail mené en français, nous avons profité de la succession d'un cours de français et d'un cours de mathématiques afin d'y déployer l'activité. Voici les étapes de ce premier temps dirigé par ma collègue :

– lecture individuelle du texte, premières réactions ;

– analyse de la *situation d'énonciation* :

• QUI ? → Thalès et un fellah (paysan) ;

[13] GUEDJ (D.), *Le théorème du perroquet*, Editions du Seuil, 1998

• OU ? → en Egypte (pyramides, pharaon, Nil…) ;

• QUOI ? → repérage des étapes du *schéma narratif* :

situation initiale (découverte de la pyramide et de son immensité),
élément modificateur (le problème : l'impossibilité de la mesurer),
péripéties (les différentes réflexions pour trouver une solution),
élément de résolution (la solution : l'aide du soleil),
situation finale (découverte du théorème et application).

– l'attitude de Thalès :

1) lors de la découverte de la pyramide : mise en évidence du système d'oppositions : *pyramide* / *hommes*, *immensité* / *petitesse* ;
2) pendant la réflexion : mobilisation des connaissances, concentration.

J'ai présenté ici le déroulement de ce premier temps, avec les réponses qui ont été apportées. Il s'agit d'une étude classique de texte, comme mes élèves ont l'habitude d'en faire en cours de français. En quoi cette étude *a priori* déconnectée du sujet de ce mémoire me paraît pourtant aller dans le sens des objectifs fixés ? **L'attitude de Thalès, telle qu'elle est exposée dans le texte, me semble être analogue à celle qu'on peut avoir devant un problème ou un énoncé mathématique pour le comprendre et se l'approprier** : en particulier, les différentes étapes du schéma narratif mettent en évidence ce qui pose problème et les moyens utilisés pour comprendre la situation. Cette considération constitue en fait le « témoin » de cette activité-relais, le lien permettant de mettre à profit ce travail de français dans le travail de mathématiques qui va suivre et qui va **insister sur la compréhension de l'énoncé de Thalès**.

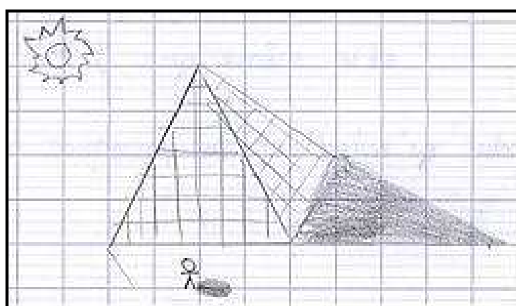
II.3.3 – Temps n°2 : une séance de mathématiques

Au début de ce deuxième temps, j'ai d'abord demandé à mes élèves leurs premières impressions sur le texte qu'ils venaient d'étudier, et ce qu'ils en avaient retenu. Ils ont paru assez intéressés par le récit, certains regrettant même « *de ne pas avoir la suite* »… Ces remarques positives m'ont déjà conforté dans mon objectif de motiver le plus grand nombre. Ils en ont aussi principalement retenu que Thalès, pour trouver la solution à son problème, a dû faire preuve de *concentration* et a *mobilisé ses connaissances*.

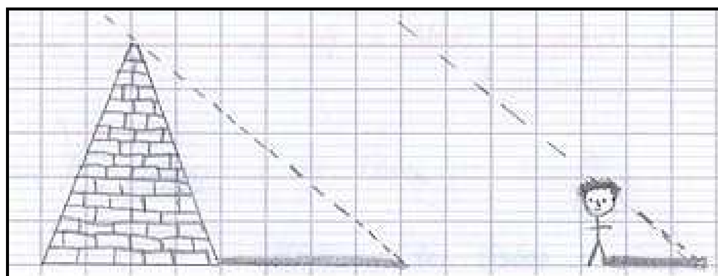
Pour pousser leur réflexion plus loin, je leur ai posé la question suivante : *comment Thalès a-t-il fait pour trouver la solution à son problème* ? Je leur ai demandé de réfléchir par

deux, et d'écrire leurs réponses. En passant dans les rangs, je me suis aperçu que beaucoup d'entre eux ont d'abord donné des réponses « pratiques » : Thalès a pris une corde, il a demandé au fellah de l'aider, etc… J'ai alors compris que ma question n'était pas assez claire, et je l'ai recadrée pour tout le monde en leur précisant que j'attendais d'eux qu'ils partent de leur travail de français pour essayer de **dégager les étapes qui suscitent chez Thalès l'idée de son « théorème »**, en s'appuyant notamment sur le troisième paragraphe du récit. Voici alors leurs principales réponses : « *il prend des exemples* », « *il cherche dans ses connaissances* », « *il cherche à se trouver un allié* », « *c'est l'ombre qui lui permet de penser au soleil* ». J'ai mis à profit ces réponses en leur demandant de faire un lien entre l'attitude de Thalès face à son problème et l'attitude qu'ils peuvent avoir devant un énoncé : *que peut-on faire quand on lit un énoncé mathématique* ? Je leur ai laissé quelques minutes de réflexion par écrit, puis nous avons mis en commun : assez peu de réponses ont émergé, parmi lesquelles l'idée principale d'essayer de *faire un lien entre les mots importants de l'énoncé*.

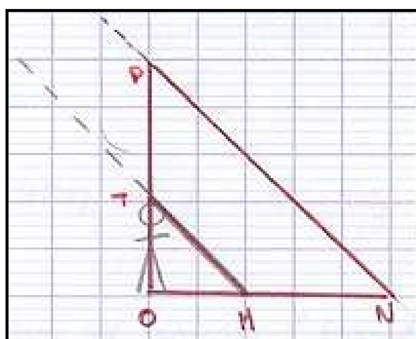
La dernière étape de l'activité a été celle de **l'appropriation de l'énoncé de Thalès** : « *le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne* ». Je leur ai demandé de faire individuellement un schéma résumant la situation (*cf.* ANNEXE 8) ; j'ai remarqué que certains d'entre eux ne représentaient pas les rayons du soleil mais seulement les ombres projetées, comme sur cet exemple :



D'autres représentaient des rayons de soleil qui n'étaient pas parallèles, ce qui empêchait la compréhension : il a fallu que je les guide sur ce point. Une élève est ensuite venue représenter son schéma au tableau, et après de rapides échanges, nous nous sommes mis d'accord sur le schéma à adopter, qui correspond à celui-ci :



Je leur ai alors demandé si notre schéma ressemblait à une configuration de Thalès habituelle. La réponse a été immédiate et collective : *non*. Comment faire pour y voir plus clair ? La solution attendue est venue d'un élève qui a proposé de placer Thalès au centre de la pyramide. Après quelques objections d'ordre pratique (« *mais c'est pas possible : s'il est dans la pyramide, alors il n'a plus d'ombre !* »…), voici la nouvelle représentation obtenue en effaçant les traits de la pyramide et en codant les points principaux :



Nous avions ainsi obtenu une configuration qui leur était familière. Il restait alors à savoir si mes élèves avaient compris l'énoncé que Thalès fait dans le récit : j'ai écrit au tableau les trois parties de l'énoncé (1. *le rapport que j'entretiens avec mon ombre* ; 2. *est le même que* ; 3. *celui que la pyramide entretient avec la sienne*) avec la consigne de leur faire correspondre des expressions mathématiques. Cette dernière étape à été assez difficile, notamment à cause du mot « rapport » qui ne leur était pas très familier. Nous sommes tout de même parvenus à écrire l'égalité $\frac{OT}{OM} = \frac{OP}{ON}$, qui est une conséquence directe du théorème de Thalès (et on peut remarquer qu'il s'agit du cas particulier où les triangles sont rectangles isocèles).

II.3.4 – Analyse, limite de la démarche

Dans le récit, le soleil apparaît comme l'élément qui éclaire la situation, au sens propre comme au sens figuré : les ombres des deux principaux « protagonistes » du problème (la pyramide et Thalès) permettent de faire un lien entre eux, ce lien étant concrétisé par le soleil. Et cette analyse correspond exactement aux *péripéties* du *schéma narratif* étudié en séance de français. Il ne me semblait donc pas inutile de faire prendre conscience aux élèves que **la démarche de Thalès peut être menée devant tout énoncé mathématique** : on identifie les éléments en présence (mots-clés : ici *la pyramide et Thalès*), on cherche ce qui fait lien entre ces éléments dans l'énoncé (expressions, etc… : ici *l'ombre*), et enfin ce qui peut permettre de bien comprendre la situation dans sa globalité (ce qui réalise l'appropriation : c'est ici *le soleil*). En effet, face à un énoncé, « *la difficulté réside* […] *dans la traduction des liens de*

rapport entre les diverses catégories de données, leur mise en relation »[14]. Même si cette réflexion est sans doute un peu difficile à mener en classe, il me semble que mes élèves ont bien perçu l'importance de ces étapes lors de la lecture d'un énoncé : certains ont su me les ré-expliquer avec leurs mots. En ce sens, par rapport à leurs premiers avis sur le sujet (*cf.* I.3.1, *page* 5), je pense que cette activité leur a permis d'**évoluer dans leur attitude face à un énoncé mathématique**.

La dernière étape, celle de l'appropriation de l'énoncé de Thalès, a été plus difficile : le manque de temps a empêché mes élèves de mener à bien, à leur rythme, l'interprétation mathématique de la situation. J'aurais évidemment pu prolonger le travail sur d'autres séances, mais je ne voulais pas trop m'étendre sur cette activité qui leur avait déjà pris deux heures de cours successives. Si je répète l'expérience à l'avenir, je veillerai à privilégier cette étape d'appropriation qui, même si elle a dû être trop rapide pour être pleinement efficace, a au moins eu le mérite de permettre aux élèves de **donner du sens (ou davantage de sens) au théorème qu'ils rencontrent et qu'ils seront amenés à rencontrer si souvent**… J'aurais aussi voulu les sensibiliser davantage sur le fait qu'il s'agit d'une mise en scène d'un cas particulier du théorème de Thalès, et que l'égalité qu'on obtient n'est pas celle directement donnée dans le théorème (mais je ne suis pas sûr que ce manque les ait empêché d'en comprendre le sens). Il faut enfin noter une limite à cette activité : elle a en effet un caractère ponctuel difficilement renouvelable de manière régulière, même si son originalité peut avoir un impact accru sur les élèves.

II.4 – *SENSIBILISER L'ELEVE A L'INTERET DE LA REFORMULATION D'UN ENONCE*

II.4.1 – Motivation et objectifs

Face à un énoncé, l'intérêt de reformuler avait déjà été mentionné par quelques-uns de mes élèves suite à la question « *pour toi, bien lire un énoncé, qu'est-ce que cela signifie ?* » ; certaines des réponses étaient en effet : *savoir l'expliquer avec ses mots*, *savoir ré-expliquer*, *savoir la résumer*. Ces expressions, même si elles restaient extrêmement minoritaires dans leurs réponses, montrent que mes élèves peuvent être sensibles à l'intérêt de savoir *ré-expliquer* un énoncé. Ce travail de reformulation a par ailleurs déjà été un peu expérimenté

[14] CEPEC de Lyon, *Lire des mathématiques*, Pratiques math, numéro spécial VIII, 1996, p.15

lors de la séance de critique d'énoncés (*cf.* II.2). Plus précisément, quel est l'intérêt d'être capable de redire avec ses propres mots et expressions une situation mathématique ?

J'estime que la reformulation est un véritable témoin de l'appropriation d'un énoncé : être apte à reformuler un énoncé, c'est nécessairement l'avoir fait sien, se l'être approprié. Outre le travail profitable que ceci peut représenter pour mes élèves : *« il peut être intéressant de faire s'exercer à la reformulation de la situation* […] *: redire l'énoncé avec ses mots* »[15], il semble qu'il soit réellement possible de leur faire prendre conscience de cet intérêt : « *la reformulation peut montrer à l'élève qu'il est important de s'efforcer, pour lui-même, d'expliciter* »[16]. L'objectif de cette activité est donc de les **faire s'exercer à reformuler ou schématiser une situation** (la schématisation étant aussi une forme de reformulation…)

II.4.2 – Description de l'expérience

Lors de l'élaboration de l'activité, j'avais pensé leur donner un énoncé complet afin qu'ils s'efforcent de le reformuler. Mais j'ai modifié le principe en m'inspirant d'une proposition de travail faite dans un dossier du CEPEC de Lyon : « *le fait qu'il n'y ait aucune demande fait qu'on n'attend rien de particulier, il s'agit avant tout de développer une certaine "visibilité" par la lecture d'une situation donnée* »[17]. En effet, **ne présenter qu'une partie informative, sans consigne**, permet de concentrer leurs efforts sur la compréhension de la situation présentée, en étant « libéré » de la « pression » que peut représenter la question habituelle. J'ai alors distribué ce texte à chacun de mes élèves :

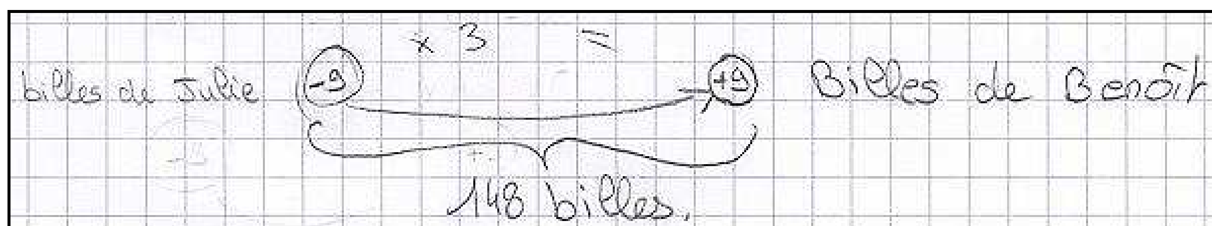
> Julie et Benoît comparent les 148 billes de couleurs différentes qu'ils possèdent à eux deux. C'est bientôt l'anniversaire de Benoît : si Julie lui offrait 9 de ses billes, alors elle en aurait trois fois moins que lui.

Je l'ai construit à partir d'un exercice de mise en équation que nous avions déjà fait en classe plusieurs semaines auparavant, qui avait une structure identique et qui leur avait posé d'assez gros problèmes de compréhension. J'ai volontairement ajouté des informations qui n'apportent rien à la situation : les *couleurs différentes* et l'*anniversaire de Benoît*, dans l'objectif que mes élèves s'exercent à s'approprier la situation sans se laisser influencer par ce qui est superflu dans le texte proposé. De plus, la structure de la deuxième phrase est basée sur le conditionnel, ce qui, je pense, rend cet « énoncé » assez complexe aux yeux des élèves.

[15] *Lire des mathématiques*, p.13
[16] *Comprendre les énoncés et les consignes*, p.121
[17] *Lire des mathématiques*, p.13

Après leur avoir laissé un temps de lecture du texte, je leur ai demandé qui parmi eux avait l'impression de comprendre *parfaitement* la situation proposée : 8 élèves sur 21 ont répondu affirmativement, les autres trouvant le texte « *un peu compliqué* » ou n'ayant pas *bien compris* la situation. Je leur ai alors donné la consigne suivante : « *écrire quelque chose (individuellement d'abord, par deux ensuite) qui vous permette de mieux comprendre la situation, pour qu'elle vous "parle" davantage* ». J'ai veillé à ne pas prononcer les mots « reformuler » ou « schématiser » pour ne pas fausser l'activité. Il me semblait enfin important de ne pas cantonner ce travail à un cadre strictement individuel : il s'agit en effet de « *favoriser les reformulations paraphrasiques qui explicitent (via élaborations conjointes avec l'élève et confrontations systématiques entre pairs)* »[18].

Beaucoup de mes élèves ont paru en léger désarroi face à ce travail : ils ont été nombreux à en effet commencer un semblant de résolution, alors qu'il n'y a aucune question. J'ai été obligé d'intervenir de nombreuses fois pour re-préciser la consigne. On m'a posé quelques questions, notamment certains élèves qui m'ont demandé si Julie et Benoît avaient le même nombre de billes au départ. La plupart d'entre eux m'ont sollicité pour savoir s'ils pouvaient écrire un autre texte ou faire un schéma, ce à quoi je les ai évidemment encouragés. Dans l'ensemble de leurs productions, les schémas et les reformulations se retrouvent finalement dans une proportion à peu près équivalente, les schémas étant légèrement plus présents. J'ai alors envoyé une élève faire son schéma au tableau :



puis un autre élève présenter son texte reformulé :

Julie et Benoit ont 148 bille a euse d'eux
Si Julie donnait 9 bille a Benoit, Il
en aurait 3 fois plus que Julie.

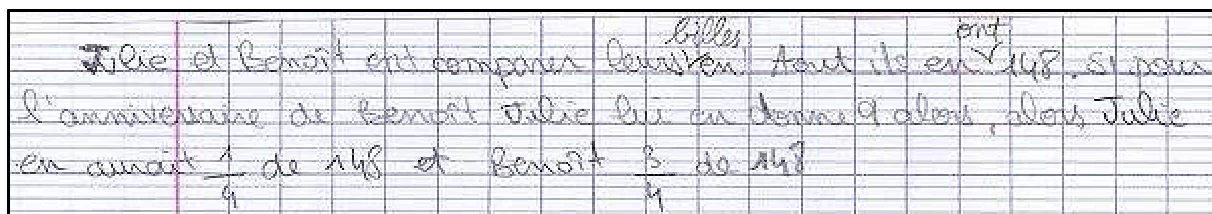
J'ai ensuite demandé au reste de la classe ce qu'ils en pensaient : tout le monde était d'accord avec la formulation précédente, le schéma faisant moins l'unanimité. Je les questionne donc sur ce qui a été modifié dans ce texte par rapport à l'énoncé d'origine : la première réponse a été « *il a mis "3 fois plus" au lieu de "3 fois moins"* ». Je me suis interrogé avec eux sur le fait

---

18 *La maîtrise de la langue au collège*, p.105

de savoir si c'était « mieux » d'avoir changé ceci : ils m'ont d'emblée répondu *non*, mais un élève a réagi en affirmant que c'est plus simple pour les calculs ensuite. Ils ont aussi remarqué qu'on ne parlait plus de couleurs de billes ni d'anniversaire, et que de toute façon « *ça ne sert à rien* ». Une fois tout le monde d'accord sur la situation exposée, nous avons posé une question (*calculer le nombre de billes que possède actuellement Julie*), puis je les ai laissé résoudre l'exercice (ce travail de mise en équation a été assez long pour la plupart des élèves). Nous avons finalement terminé la résolution ensemble, obtenu le résultat et vérifié qu'il était correct.

C'est à ce moment, alors que nous avions répondu avec difficulté à la question, que je leur ai présenté au tableau cette formulation que j'avais remarquée sur la copie d'un élève au début de l'activité :



J'ai attendu la réaction de mes élèves : une grande majorité d'entre eux ont trouvé que ce texte exprimait bien la situation et lui correspondait bien. « *En plus, ça donne directement le résultat* », a même signalé un élève. Je lui ai alors demandé de préciser ce qu'il voulait dire, nous avons échangé avec le reste de la classe et résolu le problème à partir de cette situation : les autres élèves ont semblé vraiment convaincus, et pour certains assez stupéfaits par cette reformulation qui permet de trouver clairement et rapidement le résultat, alors que nous venions de prendre de longues minutes pour la mise en équation.

II.4.3 – Analyse

Cette activité a bien répondu à mes attentes : avoir fait s'exercer mes élèves à expliciter la situation proposée a permis de les impliquer dans une démarche d'appropriation. Les différents schémas et reformulations ont montré qu'ils sont capables d'exposer une situation avec leurs propres codes ou leurs propres mots. Les élèves qui avaient déjà compris le texte initial ont fait l'effort d'en proposer une reformulation, les autres se sont investis dans ce travail et ont bien mis à profit les confrontations avec leur voisin : cette expérience a fait participé activement l'ensemble de la classe, et c'est un atout non négligeable. De plus, **l'activité semble réellement les avoir aidés dans l'étape d'appropriation de l'énoncé** : comparativement à l'exercice similaire effectué quelques semaines auparavant, j'ai eu en effet

beaucoup moins de remarques et de questions concernant la compréhension de la situation (même si la mise en équation leur a posé quelques difficultés d'ordre méthodologique). Ce travail de reformulation, qui n'avait pas été fait lors de cet exercice antérieur, paraît donc être à l'origine de cette meilleure compréhension.

Mais l'activité a eu un autre intérêt, encore plus flagrant celui-là, dans la présence (heureuse) de cette reformulation d'élève qui explicite la situation tout en l'éclairant de telle manière que le résultat devienne presque évident (à vrai dire, je ne m'attendais pas à ce qu'un élève propose ce genre de reformulation). L'unanimité des élèves vis-à-vis de l'amélioration qu'a apporté cette reformulation pour le problème confirme que ce travail les a sensibilisés à l'intérêt de reformuler pour mieux comprendre : **éclaircir suffisamment l'énoncé peut permettre d'obtenir beaucoup plus aisément la solution**. C'était là l'objectif précis de l'expérience ; même si tous mes élèves ne sont sans doute pas systématiquement capables de reformuler un énoncé dans cette optique, tous ont au moins pu **prendre conscience** de l'intérêt que cette démarche peut représenter.

III – PROLONGER MON ACTION

III.1 – *UN BILAN DES EXPERIMENTATIONS*

L'ensemble de ces expérimentations a permis de mettre à jour les principales difficultés de mes élèves lors de la lecture des énoncés mathématiques :

– la fragilité de leur relation à la consigne (dont ils semblent avoir une représentation encore assez floue) ;

– la difficile étape d'intériorisation, d'appropriation de la partie informative (problème notamment révélé par les travaux de construction d'énoncés et de regard critique) ;

– leurs difficultés à s'extraire des modèles déjà rencontrés pour gagner en autonomie face à l'exercice ;

Mais ces expériences, tout en dévoilant ces problèmes, sont aussi un début de réponse pour y remédier. **L'aide que je peux apporter à mes élèves pour s'approprier les énoncés mathématiques doit passer par un renouvellement régulier de ces travaux** : « *il s'agit bien là d'un travail de longue haleine, qu'il faudra reprendre d'année en année* »[19]. Il faut aussi noter que **l'ensemble de ces travaux a mis en évidence d'authentiques qualités des élèves, et sur lesquelles on doit s'appuyer** : en effet, même si l'étape d'appropriation reste

[19] *Comprendre les énoncés et les consignes*, p.63

délicate, ils sont réellement capables de faire preuve d'un certain recul face à l'énoncé (révélé par la deuxième activité de construction, et confirmé par leur investissement dans le travail de critique).

Et puis ces expérimentations ont fourni des apports non négligeables à mes élèves pour l'aide à la compréhension des énoncés : elles leur ont notamment permis de s'en rendre acteurs et non plus récepteurs, d'y donner davantage de sens, d'aiguiser leur esprit critique et ainsi d'accentuer leur recul face au texte mathématique, mais aussi de saisir l'intérêt de la reformulation, tout ceci facilitant réellement l'appropriation des énoncés. En fait, « *aider l'élève à comprendre les consignes, ce sera tout autant l'outiller que de lui permettre d'effectuer son propre cheminement, de confronter celui-ci à d'autres possibles,* […] *lui donner plus conscience de ce qu'il fait lorsqu'il apprend pour pouvoir ensuite* […] *réutiliser ce qu'il a appris* »[20].

Enfin, comment mes élèves ont-ils perçu ces démarches ? Le sujet traité est je pense intimement lié au développement personnel de chacun : qui mieux que l'élève lui-même peut dire s'il se sent plus à l'aise pour déchiffrer des énoncés mathématiques ? Le professeur peut avoir des impressions générales, une certaine perception de la classe, mais la question reste bien d'ordre personnel… Je leur ai donc demandé, à la suite de ces activités, s'ils estimaient avoir progressé dans leur compréhension des énoncés mathématiques, et si oui de préciser de quelle manière. Je leur ai demandé de répondre par écrit, en insistant sur le fait qu'ils devaient répondre franchement, et ne pas affirmer avoir progressé si ce n'était pas le cas. Une élève seulement a estimé ne pas avoir particulièrement progressé ; la plupart des autres ont affirmé avoir effectivement progressé, surtout dans les mises en équation. Beaucoup ont précisé que le fait de s'entraîner à redire avec ses mots ou à faire des schémas les avait aidés. J'ai conscience qu'il ne devait pas être facile pour eux de répondre à une telle question, mais il me semble que l'ensemble de ces activités leur ont réellement permis d'évoluer dans leur attitude face aux énoncés mathématiques.

III.2 – *ET DEMAIN DANS MA CLASSE ?*

La réalisation de ce mémoire m'a sensibilisé aux obstacles qui perturbent la bonne compréhension des énoncés mathématiques pour les élèves : en avoir conscience va me permettre d'être plus à l'aise dans mes démarches de soutien et dans la reconduction de ces expériences.

[20] *Comprendre les énoncés et les consignes,* p.27

Je veillerai par la suite à privilégier les travaux de groupes qui favorisent les confrontations et qui instaurent un débat, ces points étant essentiels pour la construction individuelle de repères vis-à-vis de sa propre compréhension des énoncés.

Je serai par ailleurs particulièrement attentif à la formulation de mes énoncés et à leur manipulation : en effet, on peut avoir tendance à simplifier abusivement les énoncés pour faciliter leur compréhension, et pourtant « *bien souvent, c'est l'erreur provisoire devant la consigne mal comprise qui va être formatrice pour l'élève, alors que la simplification outrancière l'enferme dans une routine mécanique qui le laisse impuissant devant les vrais obstacles* »[21].

Je pense aussi trouver des appuis intéressants dans certains nouveaux manuels qui, par exemple, placent régulièrement des encadrés « Lire et comprendre des énoncés » ou « Lire, comprendre, rédiger »[22], ainsi que d'autres présentant des « boîtes vocabulaire »[23] (en plus grand nombre dans les petites classes) précisant le langage que les élèves doivent posséder, insistant en particulier sur la différence entre le langage courant et le langage mathématique.

Et c'est enfin précisément sur ce dernier point que je souhaite m'investir particulièrement : il est en effet important que « *le professeur de mathématiques sache parler sa propre langue, et donner du sens aux mots non "techniques" quand il le faut, ou séparer le sens courant d'un mot de son sens devenu spécifique* »[24]. Une action possible serait par exemple de répertorier des mots « faux-amis » et des expressions litigieuses ou équivoques (comme *avoir un point commun*, *direction* et *sens* d'un vecteur, *expression*, *centre* et *milieu*, *ligne* et *droite*…). Ce travail doit se faire sur la durée, et m'inciterait à avoir « conscience » des représentations qu'ont en général les élèves de ces mots familiers et dont ils ne se « méfient » pas. Organiser cette collection de mots et d'expressions « à risque » me permettra sans doute de mieux m'adapter aux situations à venir, et ainsi d'accentuer mon aide auprès des élèves.

---

[21] *Comprendre les énoncés et les consignes*, p.35
[22] Collection *Cinq sur Cinq*, Hachette Education
[23] Collection Magnard
[24] Stella BARUK, dans *Tangente Education, Interdisciplinarité maths-français*, mai-juin 2003, p.8

BIBLIOGRAPHIE

ASTOLFI (J.-P.),
L'erreur, un outil pour enseigner,
Pratiques et enjeux pédagogiques, 1997

CEPEC de Lyon,
Lire des mathématiques,
Pratiques math, numéro spécial VIII, 1996

Direction des lycées et collèges,
La maîtrise de la langue au collège,
Collection collège, CNDP, 1997

GUEDJ (D.),
Le théorème du perroquet,
Editions du Seuil, 1998

MASSOT (A.), POULAIN (B.),
Dire, lire et écrire les mathématiques au collège,
Repères IREM, n°37, octobre 1999

SIETY (A.),
Mathématiques, ma chère terreur,
Calmann-Lévy, 2001

Tangente Education,
Interdisciplinarité maths-français,
Supplément à Tangente n°92, mai-juin 2003

ZAKHARTCHOUK (J.-M.),
Comprendre les énoncés et les consignes,
Cahiers pédagogiques, CRDP Amiens, 1999

REMERCIEMENTS

Je tiens particulièrement à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé et accompagné dans la réalisation de ce mémoire, et notamment :

– mon professeur conseiller pédagogique pour ses idées et conseils qui ont contribué à l'élaboration de ce travail ;

– ma collègue enseignante de français pour sa participation à l'activité interdisciplinaire ;

– mes formatrices pour leurs apports et leurs conseils ;

– mes collègues stagiaires pour leurs remarques et leurs contributions.

ANNEXES

QUELQUES SITUATIONS EN DEBUT D'ANNEE
(Révélatrices de problèmes d'appropriation d'énoncés)

• **Mise en équation** (individuellement, puis mise en commun) :

> Dans une assemblée, quarante personnes ont plus de 40 ans, un quart a entre 30 et 40 ans, et un tiers a moins de 30 ans. Quel est le nombre de personnes de cette assemblée ? (*Pythagore 3ème, édition 1999, n°75 p.22)*

Quelques réactions d'élèves :

« *Je ne comprends pas… Il y a marqué* "dans une assemblée de quarante personnes…" *et à la fin ils demandent de calculer le nombre de personnes… bah c'est 40 !* »
« *C'est bizarre, ils disent que quarante personnes ont plus de 40 ans, etc… mais la question n'a rien à voir avec l'âge !?* »
« *On nous dit que c'est* "un quart" *de l'assemblée mais on ne sait même pas combien il y a de personnes dans l'assemblée ! C'est pas possible…* »
« *Je ne comprends pas, c'est* "un quart" *de quoi ?* »

• **Exercice de géométrie, mise en équation** (par groupe, puis mise en commun) :

> […] Pour quelle valeur de x les deux quadrilatères ont-ils la même aire ? (*Pythagore 3ème, édition 1999, n°89 p.23)*

Quelques réactions d'élèves :

« *Il faut calculer x, c'est ça ?* »
« *Mais y'a des côtés qu'on connaît pas donc on peut pas calculer l'aire !?* »
« *Mais on ne peut pas savoir si ils ont la même aire ?* »

• **Mise en équation** (devoir surveillé) :

> Eric, Sabrina et Cathy comparent leur nombre de CD. Eric a deux fois moins de CD que Sabrina, et Cathy en a 5 de moins que Sabrina. A eux trois, ils ont 100 CD. Combien Eric a-t-il de CD ?

Dans sa copie, une élève (qui n'est pas particulièrement en difficulté) avait choisi l'inconnue x pour désigner le nombre de CD de Sabrina. Elle a alors traduit la proposition « *Eric a deux fois moins de CD que Sabrina* » comme ceci : « *nombre de CD d'Eric* : $2\times(-x)$ ».

Elle semble avoir interprété *littéralement* (terme à terme) l'expression écrite en français pour lui faire correspondre une expression mathématique qui n'a plus de sens :

« *deux fois moins que x* » $\leftrightarrow$ « $2\times(-x)$ ».

ANNEXE 1

PRODUCTIONS D'ELEVES
(Activité de construction d'énoncés)

ENONCE A

J'achète 5 livres. Sachant que le prix total
est égal à 2 livres achetés et 1 paquet de bonbons
d'une valeur de 6 €.
Trouver le prix total des 5 livres.

ENONCE B

La grand-Mère donne 5 € de son porte monaie à
Jérome et 2€ de son porte monaie à Marie qui avait
déjà 6€ d'avance
Combien d'argent la grand-mère a-t-elle dépensée ?

ENONCE C

Dans un mariage, il y a 2 altultes qui ont plus
de 35 ans. Elle ont 6 enfant (reunit). Il y a
5 temoins qui ont 20 ans.

. Dans combien d'années, les temoins auront
des enfant à l'âge de 35 ans ?

ENONCE D

Dans une classe de 4ème un professeur offre une boite de
chocolat pour Noël aux élèves. 6 élèves en mangent
plus de 10. Un quart en prend 5 et un demi en
mangent 2 du reste

Combien en reste t-il

ANNEXE 2

PRODUCTIONS D'ELEVES
(Activité de construction d'énoncés)

ENONCE E

Dans un Trapèze ABCD
AB est egale à x, si on multiplie AB par 2 et qu'on ajoute AD, BC, DC qui font chacun 2 cm (2×3=6 cm) on obtient la même valeur que si on multiplie AB par 5.
Combien mesure AB ?

ENONCE F

Un carré a pour périmètre $5x$. Un rectangle a pour périmètre $2x$. Au rectangle, on ajoute 6 cm au périmètre total (voir schéma).

• Pour quelle valeur de x le périmetre du carré est égale à celui du rectangle ?

schéma

+ $2x$ + 6

ANNEXE 3

PRODUCTIONS D'ELEVES
(Activité de construction d'énoncés)

ENONCE G

Dans un triangle ABC on a:
- AB mesure $5x$
- DB mesure x
- AC mesure 8
- AE mesure 6
- EC mesure $2x$
- DE mesure $3x$
- BC mesure 9
- DE est parallèle à BC

. Quel est la mesure de DB?

ENONCE H

Voici 2 figures:

On a: AB = 5
BC = x
HI = 2
HO = x

De plus on a : 6 aires du triangle IJM.

Y a-t-il une valeur de x pour que les aires de ABCD et HIMJK soient égales?

ANNEXE 4

Parmi les énoncés ci-dessous :

1) **En trouver un dont la solution est obtenue par la résolution de l'équation $5x=2x+6$.**
2) **En trouver un autre qui ne correspond pas à l'équation $5x=2x+6$, et proposer une modification de l'énoncé pour que la solution soit bien obtenue par cette équation.**

ENONCE 1

Fabrice a acheté 5 gâteaux avec l'argent qu'il avait. Il ne lui reste plus rien.
S'il avait acheté 2 gâteaux seulement, il lui resterait 6 €. Quel est le prix d'un gâteau ?

ENONCE 2

J'achète 5 livres. Sachant que le prix total est égal à 2 livres achetés et 1 paquet de bonbons d'une valeur de 6 €. Trouver le prix total des 5 livres.

ENONCE 3

La grand-mère donne 5 € de son porte-monnaie à Jérôme et 2 € de son porte-monnaie à Marie qui avait déjà 6 € d'avance. Combien d'argent la grand-mère a-t-elle dépensé ?

ENONCE 4

Soient ABCD et EFGH deux quadrilatères. L'aire de ABCD vaut 5 fois l'aire de EFGH. C'est autant que l'aire de IJKL plus 6 cm². Sachant que l'aire de IJKL vaut 2 fois l'aire de EFGH, calculer l'aire de EFGH.

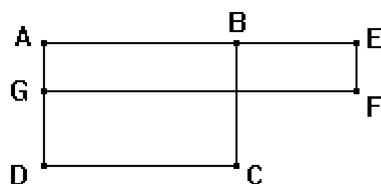
ENONCE 5

Pierre a acheté 5 paquets de gâteaux. Paul en a acheté 2. Si on donnait 6 gâteaux à Paul il en aurait autant que Pierre.

ENONCE 6

Jackie achète 2 ballons de foot et 6 balles de ping-pong à 1 € l'une. En tout, il dépense 5 € plus le prix d'un ballon de foot. Quel est le prix d'un ballon de foot ?

ENONCE 7



On considère la figure ci-contre, où ABCD et AEFG sont deux rectangles avec AG = 2 cm, AD = 5 cm et BE = 3 cm.

Calculer la longueur AB pour que les aires de ABCD et de AEFG soient égales (*on pourra poser* AB = x).

ENONCE 8

Trouver l'âge de Marion sachant que l'âge de Paul est égal à 5 fois le double de l'âge de Marion plus 6 ans.

ENONCE 9

Deux amis ont acheté le même nombre de litres d'essence, mais Daniel a acheté 5 bidons et Rigobert a acheté 2 bidons et 6 litres d'essence. Combien de litres d'essence contient un bidon ?

ENONCE 10

Mon cousin a 5 fois l'âge de mon frère. On peut dire aussi qu'il a 2 fois l'âge de mon frère plus mon âge. Sachant que moi, j'ai 6 ans, quel est l'âge de mon frère ?

ANNEXE 5

PRODUCTIONS D'ELEVES
(Activité de critique d'énoncés)

ENONCE I

Fabrice a acheté 5 gâteaux et c'est égal à ce que paul a acheté 2 gâteaux et 6 bonbons d'une valeur d'1 €. Quel est le prix d'un gâteau ?

ENONCE J

- Enoncé faux : énoncé n°1

Proposition :

Fabrice a acheté 5 paquets de gateaux, il dépense autant que si il avait acheté 2 paquets de gateau + 6 €.

⇒ Quel est le prix d'un paquet de gateaux ?

ENONCE K

Fabrice a acheté 5 gâteaux avec l'argent qu'il avait. Il ne lui reste plus rien. S'il avait acheté 2 gâteaux seulement et 6 bonbons il ne lui resterait plus rien. Quel est le prix d'un gâteau ?

ENONCE L

Soit x le prix d'un livre

$5x = 2x + 6$

$5x - 2x = 6$

$3x = 6$

$x = 6 \times \frac{1}{3}$

$x = 2$

le prix d'un livre est 2 €

ENONCE M

enonce 2 est bon

$5x = 2x + 6$

$5x - 2x = 6$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3}$

$x = 2$

Le prix d'un livre est égale à 2 €

ANNEXE 6

Après quelques jours d'un voyage interrompu par de nombreux arrêts dans les villes bordant le fleuve, il l'aperçut. Dressée au milieu d'un large plateau, non loin de la rive, la pyramide de Khéops ! Thalès n'avait jamais rien vu d'aussi imposant. Deux autres pyramides, Khéphren et Mykérinos, s'élevaient sur le plateau ; à côté, elles paraissaient petites et pourtant... Tout au long du voyage sur le Nil, les voyageurs l'avaient pourtant averti. Les dimensions du monument dépassaient tout ce qu'il avait imaginé. Thalès quitta la felouque. A mesure qu'il s'approchait, sa marche se fit plus lente ; comme si le monument, par sa seule masse, parvenait à ralentir ses pas. Il s'assit, vaincu. Un fellah sans âge s'accroupit à ses côtés. « Sais-tu, étranger, combien de morts a coûté cette pyramide que tu sembles admirer ? » « Des milliers, sans doute. » « Dis : des dizaines de milliers. » « Des dizaines de milliers ! » « Dis : des centaines de milliers. » « Des centaines de milliers ! » Thalès le regarda incrédule. « Plus, peut-être, ajouta le fellah. Pourquoi tant de morts ? Pour creuser un canal ? Retenir un fleuve ? Jeter un pont ? Construire une route ? Bâtir un palais ? Dresser un temple en l'honneur des Dieux ? Ouvrir une mine ? Tu n'y es pas. Cette pyramide a été dressée par le pharaon Khéops dans le seul but d'obliger les humains à se persuader de leur petitesse. La construction devait excéder toute norme pour nous accabler : plus gigantesque elle serait, plus infimes nous serions. Le but est atteint. Je t'ai vu approcher et, sur ton visage, j'ai vu se dessiner les effets de cette immensité. Pharaon et ses architectes ont voulu nous contraindre à admettre qu'entre cette pyramide et nous il n'y a aucune commune mesure ! »

Thalès avait déjà entendu pareille spéculation sur le dessein du pharaon Khéops, mais jamais aussi impudiquement, et aussi précisément énoncée. "Aucune commune mesure" ! Ce monument volontairement démesuré le défiait. Depuis 2000 ans, l'édifice construit pourtant par la main des hommes restait hors de portée de leur connaissance. Quels qu'aient été les buts du pharaon, il restait une évidence : la hauteur de la pyramide était impossible à mesurer. Elle était la construction la plus visible du monde habité et elle était la seule à ne pouvoir être mesurée ! Thalès voulut relever le défi.

Toute la nuit, le fellah parla. Ce qu'il raconta à Thalès, personne ne l'a jamais su. Lorsque le soleil éclaira l'horizon, Thalès se leva. Il regarda sa propre ombre se déployer en direction de l'ouest ; il pensa que, quelle que soit la petitesse d'un objet, il existe toujours un éclairage qui le fait grand. Longtemps, il resta debout, immobile, les yeux fixés sur la tache sombre que faisait son corps sur le sol. Il la vit rapetisser à mesure que le soleil s'élevait dans le ciel. « Puisque ma main ne peut effectuer la mesure, ma pensée l'effectuera », se promit-il. Thalès fixa longuement la pyramide ; il devait se trouver un allié "à la mesure" de son adversaire. Lentement, son regard alla de son corps à son ombre, de son ombre à son corps, puis se porta sur la pyramide. Enfin, il leva les yeux, le soleil lançait ses rayons terribles. Thalès venait de trouver son allié !

Que ce soit l'Hélios des Grecs ou le dieu Râ des Égyptiens, le soleil ne fait aucune différence entre toutes les choses du monde, il les traite de la même façon. C'est ce que plus tard en Grèce, concernant les hommes entre eux, on appellera démocratie. En traitant semblablement l'homme minuscule et la gigantesque pyramide, le soleil établit la possibilité de la mesure commune. Thalès se pénétra de cette idée : « le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne ». Il en déduisit ceci : à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur ! La voilà, l'idée recherchée. Encore fallait-il pouvoir la mettre à exécution.

Thalès ne pouvait effectuer seul l'opération. Il fallait être deux. Le fellah accepta de l'aider. Peut-être est-ce ainsi que cela s'est réellement passé. Comment savoir ? Le lendemain, dès l'aube, le fellah se dirigea vers le monument et s'assit à l'ombre immense de la pyramide. Thalès traça dans le sable un cercle au rayon égal à sa propre taille, se plaça au centre, se redressa afin d'être bien droit. Puis il fixa des yeux le bout de son ombre. Lorsque celui-ci effleura la circonférence, c'est-à-dire lorsque la longueur de l'ombre fut égale à sa taille, il lança le cri convenu. Le fellah, qui guettait, planta immédiatement un pieu à l'endroit atteint par l'extrémité de l'ombre de la pyramide. Thalès courut vers le pieu.

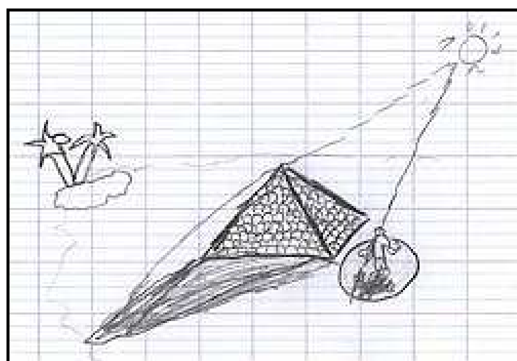
Ensemble, sans échanger un mot, à l'aide de la corde bien tendue, ils mesurèrent la distance séparant le pieu de la base de la pyramide.

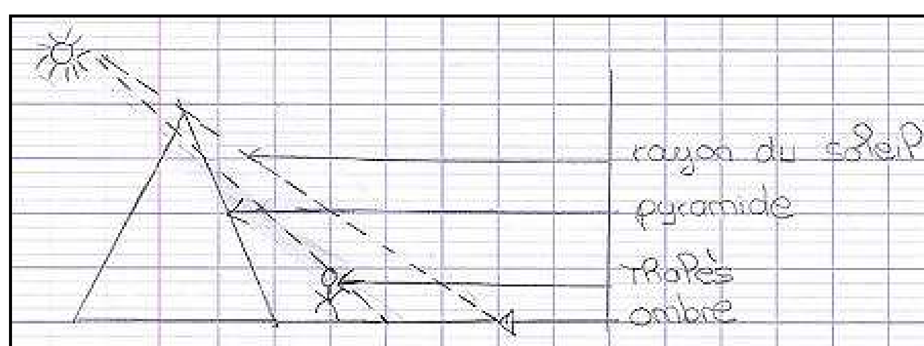
Quand ils eurent calculé la longueur de l'ombre, ils connurent la hauteur de la pyramide !

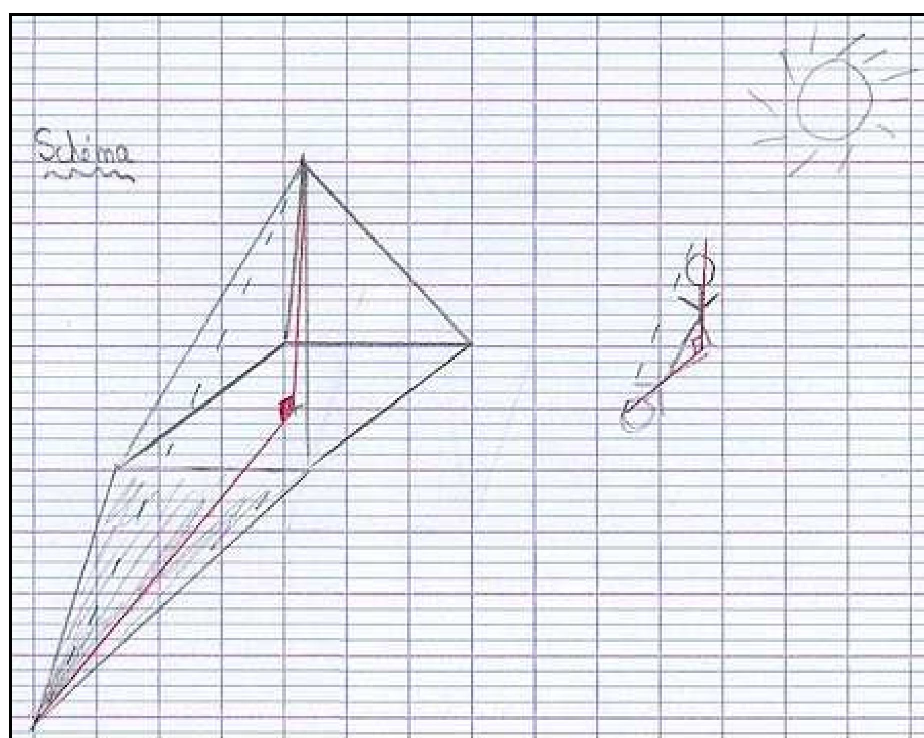
GUEDJ (D.), *Le théorème du perroquet*, Editions du Seuil, 1998, p.39 à p.41

ANNEXE 7

SCHEMAS D'ELEVES
(Activité interdisciplinaire)







ANNEXE 8

IUFM des Pays de la Loire
et
Institut de Formation Pédagogique
de l'Enseignement Privé

année
2003-2004

François CHEVALIER

MATHEMATIQUES

COMMENT AIDER LES ELEVES A S'APPROPRIER UN ENONCE MATHEMATIQUE ?

CLASSE DE TROISIEME

A partir du constat que les élèves ont du mal à comprendre les énoncés, ce mémoire expose différents moyens pour les aider à s'approprier le texte mathématique qu'ils ont devant eux. Il présente en particulier des activités de construction, de critique et de reformulation d'énoncés, ainsi qu'une activité interdisciplinaire français-mathématiques, pour faire s'exercer les élèves à donner du sens à un énoncé.

MOTS-CLES
lecture et compréhension d'énoncés, esprit critique, interdisciplinarité, reformulations